

Lösung:

$$1. \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{t}{r}$$

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{32,50}{10,00} = 3,2500$$

$$\frac{\alpha}{2} = 80,997 \text{ gon}$$

$$2. \quad \alpha = 161,994 \text{ gon}$$

3. Es verhält sich

$$\frac{b}{r} = \frac{\alpha}{\rho} \text{ (vgl. Kapitel 1.4)}$$

dann ist

$$b = \frac{\alpha \cdot r}{\rho} = \frac{10 \cdot 161,994}{63,6620} = 25,45 \text{ m}$$

4. Es verhält sich auch

$$\frac{b}{2r\pi} = \frac{F}{r^2\pi}$$

5. dann ist

$$F = \frac{b \cdot r^2 \pi}{2r\pi} = \frac{b \cdot r}{2} = \frac{25,45 \cdot 10,00}{2} = 127,2 \text{ m}^2$$

F lässt sich auch ohne den Umweg über b direkt aus folgenden Proportionen berechnen:

$$\frac{\alpha}{400} = \frac{F}{r^2\pi};$$

$$\frac{\alpha \cdot r^2 \cdot \pi}{400} = \frac{161,994 \cdot 100 \cdot \pi}{400} = 127,2 \text{ m}^2$$

17.4.2. Berechnung der Fläche zwischen Kreisbogen und Tangenten

Berechnet man in Abbildung 17.4.1 rechts die Fläche des durch einen Kreisbogen begrenzten Flurstücks Nr. 12, so wird zunächst der Flächeninhalt bis zum Tangentenschnittpunkt T berechnet. Die zu viel berechnete Fläche zwischen dem Kreisbogen und den Tangenten wird anschließend abgezogen.

Die Berechnung dieser Abzugsfläche sei an einem Beispiel erläutert.

Gegeben: Tangentenlänge $t = 32,50 \text{ m}$, Radius $r = 10,00 \text{ m}$

Gesucht: Fläche des Kreisausschnittes AET .

Lösung:

$$1. \quad \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{t}{r}$$

$$\Rightarrow \tan \frac{\alpha}{2} = \frac{32,50}{10,00} = 3,2500$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 80,997 \text{ gon}$$

$$\Rightarrow \alpha = 161,994 \text{ gon}$$

$$2. \quad b = \frac{r \cdot \alpha}{\rho}$$

$$\Rightarrow b = 25,45 \text{ m}$$

3. Inhalt der Fläche AET:

$$\Rightarrow F = \frac{2 \cdot r \cdot t}{2} - \frac{b \cdot r}{2}$$

$$\Rightarrow F = r \cdot t - \frac{b \cdot r}{2}$$

$$\Rightarrow F = r \left(t - \frac{b}{2} \right)$$

$$F = 10,00 (32,50 - 12,72)$$

$$F = 197,80 \text{ m}^2$$

17.5. Flächenberechnung aus Feldmaßen und Kartenmaßen

Der wichtigste Grundsatz bei der FK-Berechnung ist, dass bei gemischten Faktorenpaaren der kleinere Faktor aus Feldmaßen und der größere Faktor aus der Karte entnommen werden. Man zerlegt daher, soweit irgendwie möglich, die Flurstücke in lange, spitzwinklige Dreiecke, deren kleine Grundlinien gemessen sind und deren lange Höhen aus der Karte abgegriffen werden.

Der vorgenannte Grundsatz beruht auf der Tatsache, dass die Abgreifgenauigkeit bei kurzen und langen Strecken - absolut gesehen - gleich groß ist. Wenn man die ungenau abgegriffene Strecke mit einem kleinen Faktor (kurze Strecke mit Feldmaß) multipliziert, bleibt der Gesamtfehler kleiner als bei der umgekehrten Möglichkeit.

Beispiel:

Bei einem Dreieck mit einer Grundlinie von 15 m und einer Höhe von 80 m würde sich eine Abgreifgenauigkeit von 0,2 m in der *Grundlinie* wie folgt auswirken:

$$\frac{(80,0 \pm 0,2) \cdot 15,00}{2} = 600 \pm 1,5 \text{ m}^2$$

Würde die kurze Grundlinie abgegriffen und für die Höhe ein Feldmaß benutzt, ergäbe sich:

$$\frac{(15,0 \pm 0,2) \cdot 80,00}{2} = 600 \pm 8 \text{ m}^2$$

Die Ungenauigkeit der Fläche wäre im 2. Fall also viel größer!

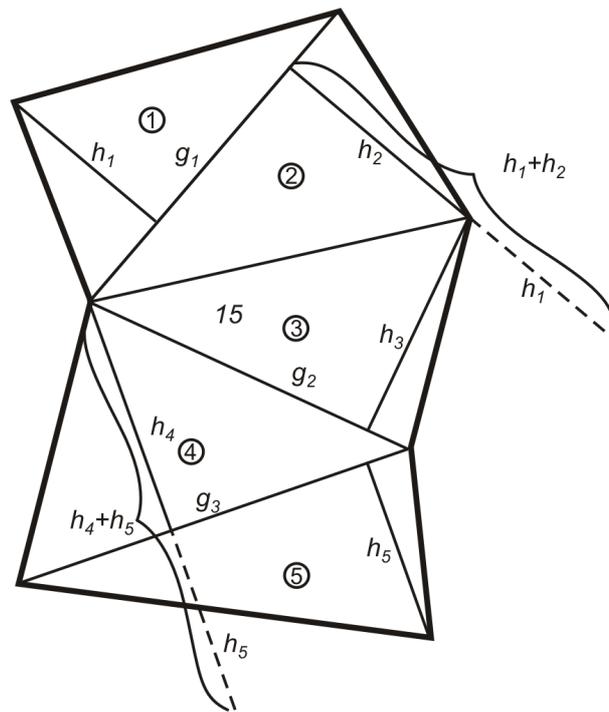


Abbildung 17.6.1.: graphische Flächenberechnung

17.6. Flächenberechnung aus Kartenmaßen (graphische Flächenberechnung)

Es gibt verschiedene Verfahren, nach denen man Flächeninhalte graphisch (K-Berechnung) berechnen kann. Die meisten der Verfahren sind als historisch zu betrachten, es sollen hier nur 2 Verfahren beschrieben werden.

17.6.1. Zerlegung geradlinig begrenzter Flächen in Dreiecke

Geradlinig begrenzte Flächen kann man in Dreiecke zerlegen, deren Grundlinien und Höhen man aus der Karte abgreift.

Beispiel:

Das Flurstück Nr. 15 zerlegt man in die Dreiecke 1 bis 5. Es werden jeweils die Grundlinien und die Höhen abgegriffen. Die doppelte Fläche ergibt sich zu:

$$2F = g_1(h_1 + h_2) + g_2 \cdot h_3 + g_3(h_4 + h_5)$$

17.6.2. Planimeter

Man unterscheidet Polarplanimeter und Scheibenrollplanimeter. Das Polarplanimeter ist mehr geeignet zur Flächenermittlung bei etwa rechteckigen Flurstücken, wobei die Grenzen vielfach geknickt verlaufen können. Das Scheibenrollplanimeter ist mehr geeignet zur Flächenermittlung bei langgestreckten, schmalen Flurstücken. Die Planimeter gibt es mit optisch-mechanischer oder digitaler Anzeige.

Das Polarplanimeter besteht im Wesentlichen aus dem Fahrarm mit Messrolle und Fahrstift sowie dem Polarm mit Pol und Gelenkstift (s. Abbildung 17.6.2).

Durch Abfahren der Umringslinie einer Fläche mit dem Fahrstift erhält man an der Messrolle, die auf der Karte läuft, eine Abwicklungsgröße, die dem Flächeninhalt proportional ist.

Je nach der Bauart des Gerätes ist die Fahrarmlänge konstant oder sie muss für jedes Maßstabsverhältnis der Karte eingestellt werden (Tabelle mit Einstellwerten ist Zubehör).

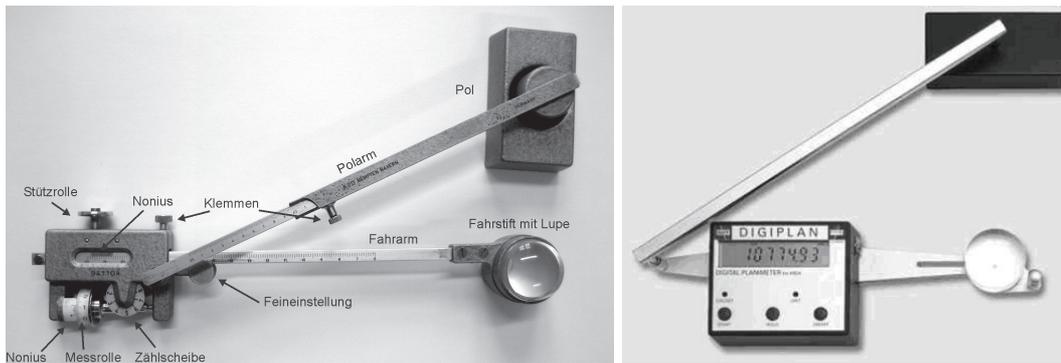


Abbildung 17.6.2.: Polarplanimeter (links optisch-mechanisch; rechts digital)

Ältere, optisch-mechanische Planimeter haben als Hilfsmittel zur genauen Einstellung der Fahrarmlänge oder Ablesung der Messrolle einen 10-teiligen Nonius. Er erhöht die Einstellungs- bzw. Ablesegenauigkeit um 1 Stelle.

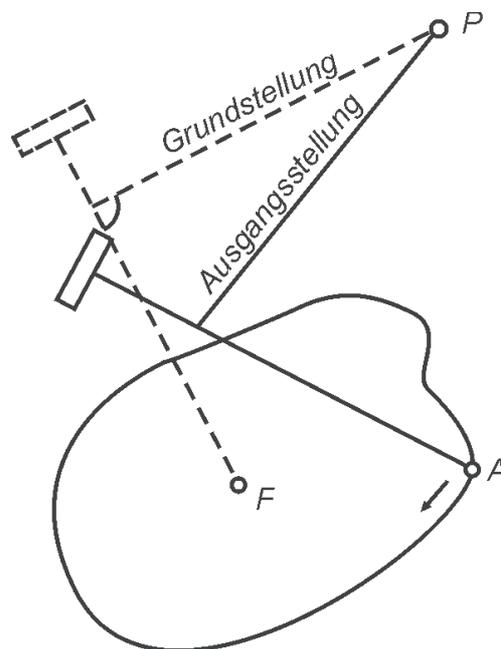


Abbildung 17.6.3.: Prinzipskizze eines Polarplanimeters

Ablauf einer Flächenermittlung

1. Fahrstift F etwa in die Mitte der zu umfahrenden Fläche stellen.
2. Polarm etwa im rechten Winkel zum Fahrarm stellen.
3. Fläche zunächst grob umfahren zwecks Feststellung,
 - ob die Umfahrung der ganzen Fläche hinsichtlich ihrer Größe überhaupt möglich ist (der Pol soll immer außerhalb der zu umfahrenden Fläche bleiben),
 - oder, falls sie zwar möglich ist, ob Polarm und Fahrarm etwa zu spitze oder zu stumpfe Winkel miteinander bilden,
 - ob die Messrolle über den Rand der Karte hinaus rollt (was nicht sein darf).
4. Beliebigen Anfangspunkt A markieren (s. Abbildung 17.6.3).
5. Ausgangspunkt ablesen.
6. Die Fläche wird freihändig, und zwar rechtsläufig umfahren.
Versehentliches Abweichen von der Grenzlinie gleicht man durch entsprechendes Abweichen nach der anderen Seite der Grenze aus.
7. Nach der 1. Umfahrung wird wieder abgelesen.

8. Die Differenz zur Ausgangsablesung ergibt die Rollenabwicklung.
9. Zur Kontrolle und Erhöhung der Genauigkeit umfährt man mehrmals. Nach jeder Umfahrung liest man ab und bildet die Differenz zur vorigen Ablesung.

17.6.3. Berücksichtigung des Papierverzugs bei der graphischen Flächenberechnung

Einfacher Zeichenkarton kann in Abhängigkeit von den Veränderungen der Luftfeuchtigkeit und Lufttemperatur seine ursprüngliche Ausdehnung verlieren. Diese Längenänderungen können so beträchtlich sein, dass sie bei der graphischen Flächenberechnung berücksichtigt werden müssen.

Das Verfahren hat aber in der Praxis keine Bedeutung mehr, weshalb es hier nicht weiter beschrieben wird.